

Die Halbwertszeit

Definition: Die physikalische Halbwertszeit gibt an, nach welcher Zeit noch die Hälfte der radioaktiven Kerne eines Isotops vorhanden sind.

Beispiel: Iod131 hat eine Halbwertszeit von 8,02 Tagen. Um herauszufinden, nach welcher Zeit noch eine bestimmte Menge dieses radioaktiven Isotops vorhanden ist, gibt es zwei Möglichkeiten.

1. Möglichkeit: Wir legen eine Tabelle an und berechnen nach jeder Halbwertszeit (HWZ) die noch vorhandene Menge Iod. Wir gehen von

Zeit t in Jahren	Menge noch vorhandener Kerne		
	N_t : Anzahl der nichtzerfallenen Kerne	in Prozent	in Bruchteilen
0. HWZ: 0 Tage	Anfangswert $N_0=10\ 000$	100 %	1
1. HWZ: 8,02 Tage	5 000	50%	$\frac{1}{2}$
2. HWZ: 16,04 Tage	2 500	25%	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$
3. HWZ: 24,06 Tage	1 250	12,5%	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$
4. HWZ: 32,08 Tage	625	6,25%	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$
5. HWZ: 40,10 Tage	312,5 \approx 313	3,125%	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$
...

Diese Methode eignet sich nur für die Berechnung nach einer bestimmten Anzahl von Halbwertszeiten.

2. Möglichkeit: Formel zur Berechnung der Menge

Als Beispiel nehmen wir uns einen Wert aus der Tabelle:

4. HWZ: Zeit $t = 4 \cdot 8,02$ Tage = 32,08 Tage, Anfangswert $N_0 = 10\ 000$

Der Anfangswert $N_0 = 10\ 000$ muss vier Mal halbiert werden (siehe Tabelle) $\rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^4$

Daraus ergibt sich:

$$N_{4,HWZ} = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\text{Anzahl Halbwertszeiten}} = 10\ 000 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 625$$

Berechnen wir die noch vorhandene Menge nach einer Zeit, die nicht genau einem Vielfachen der Halbwertszeit entspricht, z.B. $t = 20$ Tage, müssen wir dies in der Hochzahl (im Exponenten) berücksichtigen. 20 Tage liegen zwischen der 2. und 3. Halbwertszeit, genau bei $\frac{t}{HWZ} = \frac{20}{8,02} = 2,49$.

Damit können wir die noch vorhandene Menge berechnen:

$$N_t = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{20}{8,02}} = 10\ 000 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2,49} = 1780$$

Daraus folgt die Formel (Zerfallsgleichung):

$$N_t = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{HWZ}}$$